

**4η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΞΑΣΚΗΣΗΣ ΣΤΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ**  
**Β' Εξαμήνου ΗΜ-ΜΥ**

**ΔΥΑΔΙΚΑ ΔΕΝΔΡΑ**

**1. Δυαδικό Δένδρο - Λεξικό**

Σχεδιάστε ένα πρόγραμμα C με το οποίο:

- Διαβάζονται **λέξεις** από ένα **αρχείο** (words) του οποίου κάθε γραμμή περιέχει μία λέξη μήκους το πολύ Μ λατινικών ή ελληνικών στοιχείων. Το μέγιστο πλήθος των λέξεων είναι Ν. Το αρχείο words δεν είναι ταξινομημένο.
- Για κάθε λέξη που διαβάζεται, μια **συνάρτηση** (εισαγωγής) δημιουργεί έναν κόμβο σε ένα **δυαδικό δένδρο** (lexicon). Κάθε κόμβος το δένδρου πρέπει να περιέχει μία λέξη και το αριστερό παιδί του να έχει αλφαβητικά μικρότερη λέξη ενώ το δεξιό παιδί του αλφαβητικά μεγαλύτερη.
- **Διαβάζεται** μια **λέξη** που δίνει ο χρήστης από το πληκτρολόγιο.
- Καλείται μια **συνάρτηση** (αναζήτησης) η οποία αναζητά τη λέξη (που έδωσε ο χρήστης) στο δένδρο. Η συνάρτηση επιστρέφει τιμή 1 αν υπάρχει στο δένδρο η λέξη και 0 αν δεν υπάρχει.
- **Τυπώνεται** το **αρχείο** των λέξεων του αρχείου (words).
- Καλείται μια συνάρτηση η οποία **επισκέπτεται** το δένδρο (lexicon) και **τυπώνει** τις λέξεις που περιέχει με τη σωστή σειρά ώστε στην εκτύπωση να είναι αλφαβητικά ταξινομημένες.

Υπόδειξη: Αποφασίστε μια τιμή για το Μ. Το Ν να μην είναι μικρότερο του 10.

**2. Ισοσταθμισμένα Δυαδικά Δένδρα** (Ύψος Δένδρου – Κόστος Διαδρομής)

Υποθέτουμε ότι κάθε κόμβος ενός **δυαδικού δένδρου** περιέχει ένα «κλειδί» (ακέραιο αριθμό) ως **ταυτοτικό στοιχείο** και έναν πραγματικό αριθμό ως **πληροφορία** και ότι όλα τα κλειδιά έχουν μη αρνητική τιμή.

(α) Γράψτε μια **συνάρτηση** η οποία **μετρά το πλήθος των κόμβων** ενός δυαδικού δένδρου και το μέγιστο **κόστος\*** ακολουθώντας τη σειρά επίσκεψης preorder.

(β) Γράψτε μια **συνάρτηση** η οποία επισκέπτεται το δυαδικό δένδρο (με την ίδια σειρά επίσκεψης) και **βρίσκει τη μέγιστη τιμή** της «πληροφορίας» στους κόμβους του δένδρου (δηλαδή των πραγματικών αριθμών). Η συνάρτηση να επιστρέφει την τιμή του κλειδιού του κόμβου όπου βρέθηκε αυτή η μέγιστη τιμή, ή -1 αν το δένδρο είναι άδειο.

(γ) Γράψτε μια **συνάρτηση** η οποία αποφαινεται αν ένα δυαδικό δένδρο είναι **ισοσταθμισμένο**.

(δ) Γράψτε **πρόγραμμα** το οποίο διαβάζει από το πληκτρολόγιο «κλειδιά» (μη αρνητικούς ακέραιους) και «πληροφορίες» (πραγματικούς αριθμούς) και δημιουργεί ένα δυαδικό δένδρο μ' αυτά (π.χ. δείτε τον πίνακα Α). Το πρόγραμμα καλεί τις πιο πάνω συναρτήσεις και τυπώνει τα αποτελέσματα.

- Ποια πρέπει να είναι η διάταξη των πραγματικών αριθμών (πληροφορία) μέσα στο δένδρο ώστε ο χρόνος επίσκεψης να είναι ο ελάχιστος δυνατός;
- Σ' αυτή την περίπτωση ποιο θα είναι **ύψος\*\*** του δυαδικού δένδρου; Τι θα συνέβαινε αν διαβαζόταν ο πίνακας Β;
- Αν έπρεπε να διαβαστούν τα δεδομένα του πίνακα Γ, με ποιες αλλαγές το πρόγραμμά σας θα απαγόρευε τη διπλή εγγραφή του ίδιου αριθμού (πληροφορία);

**Πίνακας Α**

1	25.2
2	12.0
3	369.1
4	0.21
5	-9.57
6	2000.0

**Πίνακας Β**

1	-9.57
2	0.21
3	12.0
4	25.2
5	369.1
6	2000.0

**Πίνακας Γ**

1	-9.57
2	0.21
3	12.0
4	25.2
5	12.0
6	0.21

Υποσημειώσεις:

\* **Κόστος** μιας διαδρομής δένδρου ονομάζεται το πλήθος των κόμβων που απαντώνται στη διαδρομή αυτή.

\*\* **Ύψος** (height) δένδρου ονομάζεται ο μέγιστος αριθμός κόμβων σε μια **διαδρομή** (path) από τη **ρίζα** προς ένα **φύλλο** (τερματικό κόμβο).

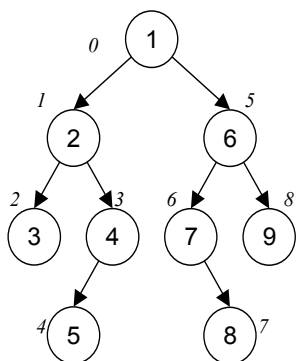
\*\*\* **Ισοσταθμισμένο** (balanced) λέγεται ένα δυαδικό δένδρο αν το ύψος του αριστερού υποδένδρου του διαφέρει από το ύψος του δεξιού υποδένδρου του το πολύ κατά 1.

### 3. Δυαδικό Δένδρο - Πίνακας

Δίνεται ένα δυαδικό δένδρο **t** (σχήμα 1). Αυτό μπορεί να παρασταθεί και με τη μορφή μονοδιάστατου πίνακα **a** (σχήμα 2), κάθε στοιχείο του οποίου αντιστοιχεί σ' έναν κόμβο του δένδρου. Κάθε στοιχείο του πίνακα περιέχει τα τρία πεδία:

- την πληροφορία που περιέχεται στον κόμβο (data),
- τη θέση του στοιχείου του πίνακα όπου βρίσκεται αποθηκευμένο το αριστερό παιδί (left), και
- τη θέση του στοιχείου του πίνακα όπου βρίσκεται αποθηκευμένο το δεξί παιδί (right).

Θεωρούμε ότι η ρίζα του δένδρου αποθηκεύεται στο στοιχείο **a[0]** και ότι αν ένας κόμβος δεν έχει παιδί στο πεδίο που αντιστοιχεί το ανύπαρκτο παιδί αποθηκεύεται ο αριθμός **0**. (Δες το σχήμα 1 και 2).



Σχήμα 1 (δένδρο t)

	data	left	right
a[0]	1	1	5
a[1]	2	2	3
a[2]	3	0	0
a[3]	4	4	0
a[4]	5	0	0
a[5]	6	6	8
a[6]	7	0	7
a[7]	8	0	0
a[8]	9	0	0

Σχήμα 2 (πίνακας a)

- Γράψτε μια **συνάρτηση C** που να μετατρέπει ένα τέτοιο δυαδικό δένδρο **t** στον αντίστοιχο πίνακα **a**.
- Γράψτε μια **συνάρτηση C** που να μετατρέπει έναν τέτοιο πίνακα **a** στο αντίστοιχο πίνακα δυαδικό δένδρο **t**.

Υπόδειξη: Θα σας φανεί χρήσιμη η αναδρομή.

## ΓΡΑΦΟΙ

Κάθε αλγόριθμος της θεωρίας γραφημάτων αναφέρεται στον προσδιορισμό ενός υποσυνόλου ή υποσυνόλων κορυφών (κόμβων) ή ακμών που ικανοποιούν ορισμένες ιδιότητες.

### 1. Άκυκλος Γράφος

Να οριστεί μια συνάρτηση **Acyclic** που να ελέγχει εάν ένας κατευθυνόμενος γράφος είναι άκυκλος, δηλαδή δεν περιέχει κύκλους. Γράψτε ένα πρόγραμμα με δεδομένα της αρεσκείας σας που να παρουσιάζει τη συνάρτηση Acyclic.

### 2. Συνδεδεμένος Γράφος

Γράψτε μια συνάρτηση **isConnected** που να δέχεται ως παράμετρο ένα μη κατευθυνόμενο γράφο g και να ελέγχει αν αυτός είναι συνδεδεμένος. Γράψτε ένα πρόγραμμα που να επιδεικνύει τη συνάρτηση isConnected, εφαρμόζοντάς τη σε κατάλληλα δεδομένα της αρεσκείας σας.

### 3. Αποκόπτουσες Κορυφές Γράφου

Να οριστεί μια συνάρτηση **Cutvertex** που να ελέγχει εάν ένας συνδεδεμένος\* γράφος έχει αποκόπτουσες κορυφές\*\*. Γράψτε ένα πρόγραμμα που να επιδεικνύει τη συνάρτηση Cutverte, εφαρμόζοντάς τη σε κατάλληλα δεδομένα της αρεσκείας σας. Μπορείτε να αξιοποιήσετε τη συνάρτηση isConnected που ορίστηκε στην άσκηση 2.

Υπόδειξη: Οι γράφοι δίνονται σε μορφή πίνακα. Ο πίνακας αυτός θα είναι δύο διαστάσεων και θα περιέχει ένα στοιχείο για κάθε ζεύγος κόμβων του γράφου. Το στοιχείο αυτό θα έχει την τιμή true (1) αν υπάρχει ακμή μεταξύ των δύο κόμβων, διαφορετικά false (0).

Υποσημειώσεις:

\* Ένας μη κατευθυνόμενος γράφος ονομάζεται **συνδεδεμένος** αν για κάθε ζεύγος κόμβων του γράφου υπάρχει ένα μονοπάτι ακμών που να τους συνδέει.

\*\* Μια κορυφή ενός συνδεδεμένου βράχου ονομάζεται **αποκόπτουσα** εάν η διαγραφή αυτής και των προσκείμενων ακμών δημιουργεί έναν μη συνδεδεμένο γράφο.