

Διαχριτά Μαθηματικά ΙΙ

2η Εργασία, Μέρος 1ο

Ημ/νια Παράδοσης: 26/5/2005

Η 2η εργασία αποτελείται από 2 μέρη, το πρώτο μέρος έχει 6 ασκήσεις και αντιστοιχεί σε 10 μονάδες, και το δεύτερο μέρος έχει 3 ασκήσεις και αντιστοιχεί σε 5 μονάδες. Οι επιπλέον μονάδες λειτουργούν σαν bonus και βελτιώνουν τη βαθμολογία σας (εφόσον επιτύχετε στις τελικές εξετάσεις). Πρέπει να παραδώσετε τις απαντήσεις του πρώτου μέρους στο μάθημα της 26/5 και του δεύτερου στο μάθημα της 3/6.

Οι εργασίες είναι **ατομικές**. Αν συνεργαστήκατε με κάποιους συμφοιτητές σας στην επίλυση των εργασιών, πρέπει να αναφέρετε τα ονόματά τους. Επίσης πρέπει να αναφέρετε όποιες πηγές (άλλες από το βιβλίο του Liu και τις σημειώσεις του διδάσκοντα) χρησιμοποιήσατε κατά την επίλυση των ασκήσεων. Αν βρήκατε τη λύση από κάποιο βιβλίο ή σε συνεργασία με κάποιο συμφοιτητή σας, θα πρέπει να τη διατυπώσετε με “δικά σας λόγια”, ειδάλλως δεν θα γίνει δεκτή. Να λύσετε όλες τις ασκήσεις τεκμηριώνοντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

Ασκηση 1. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\sum_{i=0}^n i(i - 1)(n - i)$ χρησιμοποιώντας Γεννήτριες Συνάρτησεις.

Ασκηση 2. Να διατυπώσετε τη Γεννήτρια Συνάρτηση και να υπολογίσετε τον αριθμό των διαφορετικών τρόπων να διαλέξουμε 3n κέρματα από 2n κέρματα των 10 λεπτών, 2n κέρματα των 20 λεπτών, και 2n κέρματα των 50 λεπτών (όπου n θετικός φυσικός αριθμός).

Ασκηση 3. Να διατυπώσετε τη Γεννήτρια Συνάρτηση για τον αριθμό των διαφορετικών τρόπων να σχηματίσουμε το ποσό των $40n$ λεπτών από 2n κέρματα των 10 λεπτών, 2n κέρματα των 20 λεπτών, και 2n κέρματα των 50 λεπτών (όπου n θετικός φυσικός αριθμός). Ποιός συντελεστής δίνει το ξητούμενο; Πόσοι είναι οι διαφορετικοί τρόποι για $n = 2$ και $n = 3$;

Ασκηση 4. Να διατυπώσετε τη Γεννήτρια Συνάρτηση και να υπολογίσετε τον αριθμό των διαφορετικών τρόπων να μοιράσουμε 24 καραμέλες σε 6 παιδιά ώστε κάθε παιδί να πάρει τουλάχιστον 2, το πολύ 10, και συνολικά ζυγό αριθμό από καραμέλες.

Ασκηση 5. Πόσοι είναι οι διαφορετικοί τρόποι να τοποθετήσουμε 9 υπαλλήλους σε 4 τμήματα μιας εταιρείας αν σε κάθε τμήμα πρέπει να τοποθετηθεί τουλάχιστον ένας υπάλληλος;

Ασκηση 6. Πόσες είναι οι διαφορετικές συμβολοσειρές μήκους n που σχηματίζονται από τα γράμματα A, B και Γ όταν το A πρέπει να έχει άριτο αριθμό εμφανίσεων και το B περιπτό αριθμό εμφανίσεων;