



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
 Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Διακριτές Μέθοδοι για την Επιστήμη των Υπολογιστών
 Διδάσκοντες: Καθ. Φ. Αφράτη, Λεκτ. Δ. Φωτάκης
4η Σειρά Προτεινόμενων Ασκήσεων

Θέμα 1 (Κανονικές Εκφράσεις). Να γράψετε κανονικές εκφράσεις για τις γλώσσες:

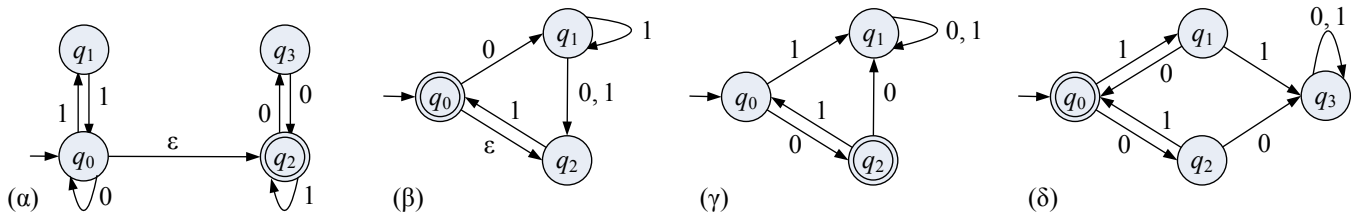
1. $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } 1111 \}$
2. $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{περιέχει μία (ακριβώς) εμφάνιση της συμβολοσειράς } 1111 \}$
3. $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } 101 \}$

Θέμα 2 (Πεπερασμένα Αυτόματα). (α) Να κατασκευάσετε πεπερασμένα αυτόματα (όχι κατ' ανάγκη ντετερμινιστικά) για τις παρακάτω γλώσσες:

1. $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{περιέχει τουλάχιστον δύο εμφανίσεις της συμβολοσειράς } 1111 \}$
2. $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{έχει άρτιο αριθμό } 0 \ \text{και δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } 111 \}$

(β) Να μετατρέψετε τα μη ντετερμινιστικά αυτόματα των Σχημάτων 1.α και 1.β σε ντετερμινιστικά.

(γ) Να γράψετε κανονικές εκφράσεις για τις γλώσσες που αναγνωρίζονται από τα πεπερασμένα αυτόματα του Σχήματος 1.



Σχήμα 1. Πεπερασμένα αυτόματα για το Θέμα 2.

Θέμα 3 (Κανονικές και Μη Κανονικές Γλώσσες). Είναι κανονικές οι παρακάτω γλώσσες; Αν μια γλώσσα δεν είναι κανονική, να το αποδείξετε χρησιμοποιώντας είτε το Λήμμα Αντίληψης είτε κάποια ιδιότητα κλειστότητας. Αν μια γλώσσα είναι κανονική, να το αιτιολογήσετε κατάλληλα.

1. $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : \text{το πλήθος των } 0 \ \text{στην } w \ \text{είναι διπλάσιο από το πλήθος των } 1 \}$
2. $L_2 = \{ww : w \in \{0, 1\}^*, |w| \leq 10^{100} \}$
3. $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν είναι παλινδρομική} \}$
4. $L_4 = \{0^n 1^m : n \neq m \}$
5. Η γλώσσα που παράγεται από την γραμματική $G = (V, \Sigma, R, S)$, όπου $V = \{S, A, B, 0, 1\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, και το σύνολο κανόνων είναι $R = \{S \rightarrow AA \mid B, A \rightarrow 0A \mid A0 \mid 1, B \rightarrow 0B00 \mid 1\}$.

Θέμα 4 (Γραμματικές). Να διατυπώσετε γραμματικές χωρίς συμφραζόμενα που παράγουν τις παρακάτω γλώσσες. Αν μια γλώσσα είναι κανονική, η αντίστοιχη γραμματική πρέπει να είναι κανονική.

1. $L_1 = \{a^m b^n c^p : p \geq m + n, m, n \geq 0 \}$
2. $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{έχει περιττό μήκος και το μεσαίο της σύμβολο είναι } 0 \}$

3. $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* : \text{το πλήθος των } 1 \text{ στην } w \text{ είναι διαφορετικό από το πλήθος των } 0\}$
4. $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν περιέχει τρία συνεχόμενα } 1\}$

Θέμα 5. Ποιες από τις παρακάτω γλώσσες είναι χωρίς συμφραζόμενα; Αν μια γλώσσα δεν είναι χωρίς συμφραζόμενα, να το αποδείξετε χρησιμοποιώντας είτε το Λήμμα Αντίλησης είτε κάποια ιδιότητα κλειστότητας. Αν μια γλώσσα είναι χωρίς συμφραζόμενα, να το αιτιολογήσετε κατάλληλα.

1. $L_1 = \{0^n 1^m : n \neq m\}$
2. $L_2 = \{0^n 1^n 0^n 1^n : n \geq 0\}$
3. $L_3 = \{auabwbcvc : u, w, v \in \{a, b, c\}^*, |u| = |w| = |v|\}$
4. $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{είναι παλινδρομική και περιέχει το ίδιο πλήθος από } 0 \ \text{και } 1\}$