



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
 Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Διακριτές Μέθοδοι για την Επιστήμη των Υπολογιστών

Διδάσκοντες: Καθ. Φ. Αφράτη, Λεκτ. Δ. Φωτάκης

2η Γραπτή Εργασία, Ημ/νια Παράδοσης: 25/5/2010

Θέμα 1 (Κανονικές Εκφράσεις, 1 μονάδα). Να γράψετε κανονικές εκφράσεις για τις γλώσσες:

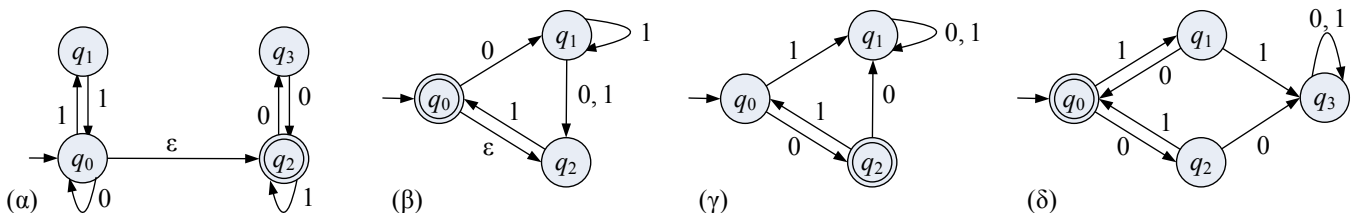
1. $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } 1111 \}$
2. $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{περιέχει μία (ακριβώς) εμφάνιση της συμβολοσειράς } 1111 \}$
3. $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } 101 \}$

Θέμα 2 (Πεπερασμένα Αυτόματα, 2 μονάδες). (α) Να κατασκευάσετε πεπερασμένα αυτόματα (όχι κατ' ανάγκη ντετερμινιστικά) για τις παρακάτω γλώσσες:

1. $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{περιέχει τουλάχιστον δύο εμφανίσεις της συμβολοσειράς } 1111 \}$
2. $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{έχει άρτιο αριθμό } 0 \ \text{και δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } 111 \}$

(β) Να μετατρέψετε τα μη ντετερμινιστικά αυτόματα των Σχημάτων 1.α και 1.β σε ντετερμινιστικά.

(γ) Να γράψετε κανονικές εκφράσεις για τις γλώσσες που αναγνωρίζονται από τα πεπερασμένα αυτόματα του Σχήματος 1.



Σχήμα 1. Πεπερασμένα αυτόματα για το Θέμα 2.

Θέμα 3 (Κανονικές και Μη Κανονικές Γλώσσες, 1.5 μονάδες). Είναι κανονικές οι παρακάτω γλώσσες; Αν μια γλώσσα δεν είναι κανονική, να το αποδείξετε χρησιμοποιώντας είτε το Λήμμα Άντλησης είτε κάποια ιδιότητα κλειστότητας. Αν μια γλώσσα είναι κανονική, να το αιτιολογήσετε κατάλληλα.

1. $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : \text{το πλήθος των } 0 \ \text{στην } w \ \text{είναι διπλάσιο από το πλήθος των } 1 \}$
2. $L_2 = \{ww : w \in \{0, 1\}^*, |w| \leq 10^{100} \}$
3. $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν είναι παλινδρομική} \}$
4. $L_4 = \{0^n 1^m : n \neq m \}$
5. Η γλώσσα που παράγεται από την γραμματική $G = (V, \Sigma, R, S)$, όπου $V = \{S, A, B, 0, 1\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, και το σύνολο κανόνων είναι $R = \{S \rightarrow AA \mid B, A \rightarrow 0A \mid A0 \mid 1, B \rightarrow 0B00 \mid 1\}$.

Θέμα 4 (Κανονικές και Μη Κανονικές Γλώσσες, 1 μονάδα). (α) Να δείξετε ότι η γλώσσα $L_1 = \{1^n w : \text{για κάποια } n \geq 1, w \in \{0, 1\}^*, \text{ το πλήθος των } 1 \ \text{στην } w \ \text{είναι τουλάχιστον } n \}$ είναι κανονική.

(β) Να δείξετε ότι η γλώσσα $L_2 = \{1^n w : \text{για κάποια } n \geq 1, w \in \{0, 1\}^*, \text{ το πλήθος των } 1 \ \text{στην } w \ \text{είναι το πολύ } n \}$ δεν είναι κανονική.

Θέμα 5 (Γραμματικές, 2.5 μονάδες). Να διατυπώσετε γραμματικές χωρίς συμφραζόμενα που παράγουν τις παρακάτω γλώσσες. Αν κάποια γλώσσα είναι κανονική, η αντίστοιχη γραμματική πρέπει να είναι κανονική.

1. $L_1 = \{a^m b^n c^p : p \geq m + n, m, n \geq 0\}$
2. $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \acute{\epsilon}\chi\epsilon\ \text{περιττό μήκος και το μεσαίο της σύμβολο είναι } 0\}$
3. $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* : \text{το πλήθος των } 1 \text{ στην } w \text{ είναι διαφορετικό από το πλήθος των } 0\}$
4. $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{δεν περιέχει τρία συνεχόμενα } 1\}$
5. Την γλώσσα που ορίζεται στο Θέμα 4.β.

Θέμα 6 (2 μονάδες). Ποιες από τις παρακάτω γλώσσες είναι χωρίς συμφραζόμενα; Αν μια γλώσσα δεν είναι χωρίς συμφραζόμενα, να το αποδείξετε χρησιμοποιώντας είτε το Λήμμα Αντίλησης είτε κάποια ιδιότητα κλειστότητας. Αν μια γλώσσα είναι χωρίς συμφραζόμενα, να το αιτιολογήσετε κατάλληλα.

1. $L_1 = \{0^n 1^m : n \neq m\}$
2. $L_2 = \{0^n 1^n 0^n 1^n : n \geq 0\}$
3. $L_3 = \{auabwbcvc : u, w, v \in \{a, b, c\}^*, |u| = |w| = |v|\}$
4. $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* : \eta \ w \ \text{είναι παλινδρομική και περιέχει το ίδιο πλήθος από } 0 \text{ και } 1\}$

Παράδοση. Η εργασία είναι **ατομική**. Οι εργασίες πρέπει να παραδοθούν μέχρι την Τρίτη 25/5, στην θυρίδα του Δ. Φωτάκη.

Καλή Επιτυχία!