

# Κάτω Φράγμα στο Χρόνο Ταξινόμησης

Δημήτρης Φωτάκης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών  
Συστημάτων

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

## Σύνοψη

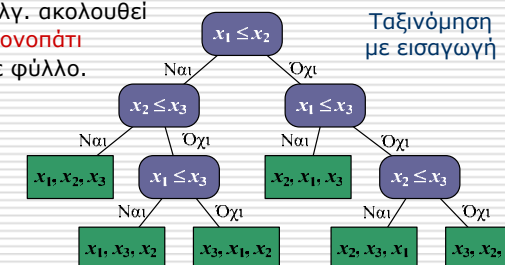
Αλγόριθμος	Καλύτερη	Μέση	Χειρότερη	Χώρος
BubbleS	$\Omega(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
InsertionS	$\Omega(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
SelectionS	$\Omega(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
HeapS	$\Omega(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(1)$
MergeS	$\Omega(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n)$
QuickS	$\Omega(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$	$O(1)$

## Συγκριτικοί Αλγόριθμοι

- Ταξινόμηση **μόνο με συγκρίσεις και μετακινήσεις** στοιχείων.
  - Καμία άλλη ενέργεια στα στοιχεία (π.χ. ομαδοποίηση με βάση δυαδική αναπαράσταση).
- Οι αλγόριθμοι που είδαμε είναι **συγκριτικοί**.
- Κάθε **ντετερμινιστικός συγκριτικός** αλγ. ταξινόμησης χρειάζεται  $\Omega(n \log n)$  **συγκρίσεις** μεταξύ στοιχείων.
  - Αντίστοιχο κάτω φράγμα για πιθανοτικούς αλγόριθμους.
- Υπάρχουν αλγόριθμοι με **γραμμικό χρόνο για συγκεκριμένους τύπους δεδομένων** (π.χ. αριθμούς).

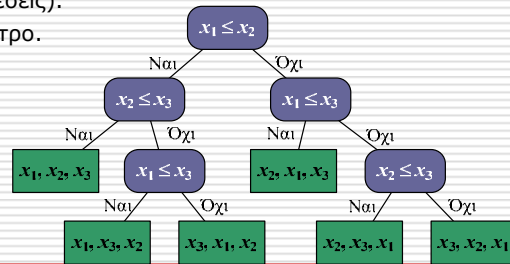
## Δέντρο Συγκρίσεων

- Λειτουργία συγκριτικών αλγορίθμων αναπαρίσταται με **δέντρο συγκρίσεων** (ή αποφάσεων).
- Αλγόριθμος  $\leftrightarrow$  δέντρο συγκρίσεων.
- $\forall$  είσοδο: αλγ. ακολουθεί **μοναδικό μονοπάτι** από ρίζα σε φύλλο.



## Δέντρο Συγκρίσεων

- Ύψος δέντρου καθορίζει #συγκρίσεων (χ.π.) και αποτελεί **κάτω φράγμα στο χρόνο εκτέλεσης**.
- Ταξινόμηση  $n$  στοιχείων: τουλάχιστον  $n!$  φύλλα (όλες μεταθέσεις).
- **Διαδικό** δέντρο.



## Δέντρο Συγκρίσεων

- Διαδικό δέντρο ύψους  $h$  έχει  $\leq 2^h$  φύλλα.
- Χρόνος εκτέλεσης =  $\Omega(h)$ .
- Ταξινόμηση  $n$  στοιχείων:  $2^h \geq n!$

$$2^h \geq n! \Rightarrow$$

$$h \geq \log(n!) = \sum_{k=1}^n \log k$$

$$\geq \sum_{k=n/2}^n \log k \geq \sum_{k=n/2}^n \log \frac{n}{2}$$

$$\geq \frac{n}{2} \log \frac{n}{2} = \Omega(n \log n)$$

## Ασκήσεις

- Ταξινόμηση  $n$  στοιχείων χωρισμένων σε  $n/k$  ομάδες, κάθε ομάδα  $k$  στοιχεία.
  - Ομάδες (μεταξύ τους) ταξινομημένες: στοιχεία  $1^{ος} \leq$  στοιχεία  $2^{ος} \leq \dots \leq$  στοιχεία  $(n/k)$ -οστής.
  - Κάτω φράγμα  $\Omega(n \log k)$  στο χρόνο εκτέλεσης κάθε συγκριτικού (ντετερμ.) αλγόριθμου.
    - #μεταθέσεων =  $(k!)^{n/k}$
- 12 χρυσά νομίσματα, το ένα κάλπικο: ελαφρύτερο ή βαρύτερο (αλλά δεν ξέρουμε τι από τα δύο).
  - Βρείτε το κάλπικο και αν είναι ελαφρύτερο ή βαρύτερο χρησιμοποιώντας **μόνο 3 ζυγίσεις** σε ζυγαριά ακριβείας.