

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης

Δημήτρης Φωτάκης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών
Συστημάτων

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Πρόβλημα Ταξινόμησης

- **Είσοδος** : ακολουθία n αριθμών (a_1, a_2, \dots, a_n) .
- **Έξοδος** : μετάθεση $(a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$ με στοιχεία σε **αύξουσα** σειρά $(\forall i \ a'_i \leq a'_{i+1})$.
- Στατική συλλογή δεδομένων (όχι εισαγωγή και διαγραφή).
- **Αριθμοί** : κλειδιά εγγραφών με συσχετιζόμενη πληροφορία (satellite data).
 - Απαραίτητη ολική διάταξη.
 - Όμοια για κάθε σύνολο με ολική διάταξη.

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 2

Ταξινόμηση

- **Θεμελιώδες** αλγοριθμικό πρόβλημα.
 - Πολλές εφαρμογές (περ. 25% υπολογιστικού χρόνου).
 - Ταχύτατη αναζήτηση σε ταξινομημένα δεδομένα.
 - Σημαντικές αλγοριθμικές ιδέες και τεχνικές.

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 3

Συγκριτικοί Αλγόριθμοι

- Αποκλειστικά με αποτελέσματα συγκρίσεων.
 - Δεν εκμεταλλεύονται τύπο δεδομένων (π.χ. αριθμούς, συμβολοσειρές) : γενική εφαρμογή.
 - **Ανάλυση** : αριθμός συγκρίσεων.
αριθμός αντιστοιχίσεων.
 - Κάτω φράγμα #συγκρίσεων : $\Omega(n \log n)$.
 - Ταξινόμηση σε χρόνο $\Theta(n+k)$ για φυσικούς αριθμούς στο $\{1, \dots, k\}$ (π.χ. bin sort, radix sort).

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 4

Μέθοδοι Ταξινόμησης

- **Αντιμετάθεση** κάθε ζεύγους στοιχείων εκτός διάταξης (bubble sort).
- **Εισαγωγή** στοιχείου σε κατάλληλη θέση ταξινομημένου πίνακα (insertion sort).
- **Επιλογή** μεγαλύτερου στοιχείου και τοποθέτηση στο τέλος (selection sort, heap sort).
- **Συγχώνευση** ταξινομημένων πινάκων : Διάρθρωση στη μέση, ταξινόμηση, συγχώνευση (merge sort).
- **Διαίρεση** σε μικρότερα και μεγαλύτερα από στοιχείο-άξονα και ταξινόμηση (quicksort).

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 5

Ταξινόμηση Φυσαλίδας

- **Αντιμετάθεση** κάθε ζεύγους εκτός διάταξης.
- Κάθε **επανάληψη** φέρνει μεγαλύτερο στοιχείο στο τέλος (δεξιά) («ανεβαίνει» στη φυσαλίδα).
- Διατηρεί δεξιά μεγαλύτερα στοιχεία ταξινομημένα.

```
for (i = n; i > 1; i--)
  for (j = 0; j < i - 1; j++)
    if (A[j] < A[j+1]) swap(A[j], A[j+1]);
```

8	7	2	1	8	3	€	4	=	1	2	3	4	ξ	€	7	8	=	ξ
8	2	1	7	3	€	4	8	=	1	2	3	4	ξ	€	7	8	=	4
2	1	ξ	3	€	4	7	8	=	1	2	3	4	ξ	€	7	8	=	3
1	2	3	ξ	4	€	7	8	=	1	2	3	4	ξ	€	7	8	=	2

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 6

Ταξινόμηση Φυσαλίδας

```
for (i = n; i > 1; i--)
  for (j = 0; j < i - 1; j++)
    if (A[j] < A[j+1]) swap(A[j], A[j+1]);
```

- **Ορθότητα** : Στο τέλος κάθε επανάληψης, επόμενο μεγαλύτερο στοιχείο στο τέλος (δεξιά).
- **Αριθμός συγκρίσεων** : $\sum_{i=2}^n (i-1) = \sum_{i=1}^{n-1} i = n(n-1)/2 = \Theta(n^2)$
- **Χρόνος εκτέλεσης** : $\Theta(n^2)$.
- Όχι επιπλέον χώρος (in-place).
- **Στην πράξη**, σταματάμε αν ο πίνακας είναι ταξινομημένος.

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 7

Ταξινόμηση με Εισαγωγή

- Διατηρεί ταξινομημένο αριστερό μέρος.
- Εισάγει επόμενο στοιχείο σε κατάλληλη θέση.

```
for (i = 1; i < n; i++) {
  key = A[i];
  for (j = i-1; ((j >= 0) && (key < A[j])); j--)
    A[j+1] = A[j];
  A[j+1] = key;
}
```

ξ	7	2	1	8	3	€	4	=	1	2	ξ	7	8	3	€	4	=	4
ξ	7	2	1	8	3	€	4	=	1	2	3	ξ	7	8	€	4	=	ξ
2	ξ	7	1	8	3	€	4	=	1	2	3	ξ	€	7	8	4	=	€
1	2	ξ	7	8	3	€	4	=	1	2	3	4	ξ	€	7	8	=	7

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 8

Heap-Sort

- **Αρχικοποίηση** : δημιουργήσε σωρό με όλα τα στοιχεία.
 - createHeap() : χρόνος $\Theta(n)$.
- **Εξαγωγή μέγιστου** και τοποθέτηση στο τέλος ($n-1$ φορές).
 - deleteMax() : χρόνος $\Theta(\log n)$.
- **Χρόνος** : $\Theta(n) + n \Theta(\log n) = \Theta(n \log n)$.


```

hs = n;
createHeap(A, n);
for (i = n; i > 1; i--)
{
    swap(A[1], A[i]); hs--;
    fixHeap(A, 1);
}
            
```

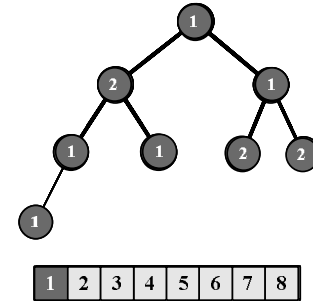
Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 13

Heap-Sort : Παράδειγμα

```

createHeap(A, n);
for (i = n; i > 1; i--) {
    swap(A[1], A[i]); hs--;
    fixHeap(A, 1); }
            
```



Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 14

Σύνοψη

Αλγόριθμος	Καλύτερη	Μέση	Χειρότερη	Χώρος
BubbleS	$\Omega(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
InsertionS	$\Omega(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
SelectionS	$\Omega(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
HeapS	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(1)$

Δομές Δεδομένων

Αλγόριθμοι Ταξινόμησης 15