

Αλγόριθμοι Γραφημάτων

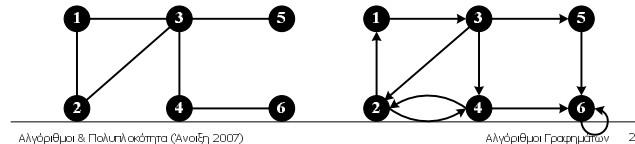
Δημήτρης Φωτάκης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών Συστημάτων

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Γραφήματα

- Μοντελοποίηση πολλών σημαντικών προβλημάτων (π.χ. δίκτυα - συνεκτικότητα, διαδρομές, δρομολόγηση - ανάθεση πόρων, layouts, ...).
- Γράφημα $G(V, E)$: V κορυφές
 E ακμές (ζεύγη σχετιζόμενων κορυφών)
 - Τάξη $|V| = n$, και μέγεθος $|E| = m$.
 - Κατευθυνόμενα και μη-κατευθυνόμενα, απλά μη-κατευθ.
 - Βάρη (μήκη) στις ακμές $G(V, E, w)$, $w : E \mapsto \mathbb{R}$.

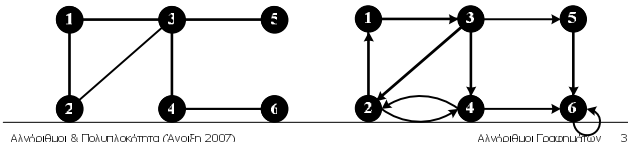


Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Ανοιξη 2007)

Αλγόριθμοι Γραφημάτων 2

Γραφήματα

- Βαθμός κορυφής $\deg(u)$: #ακμών εραπτόμενων στη u .
 - Κατευθυνόμενα: εισερχόμενος και εξερχόμενος βαθμός.
 - Μη-κατευθυνόμενο $G(V, E)$: $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$
- Διαδρομή, μονοκονδυλιά, μονοπάτι (απλό).
- Κλειστή διαδρομή, κύκλωμα, κύκλος (απλός).
- Απόσταση $d(u, v)$ (χωρίς και με βάρη).
- Συνεκτικό: μονοπάτι μεταξύ κάθε ζεύγους κορυφών.
- Δέντρο: ακυκλικό συνεκτικό γράφημα. Δάσος.

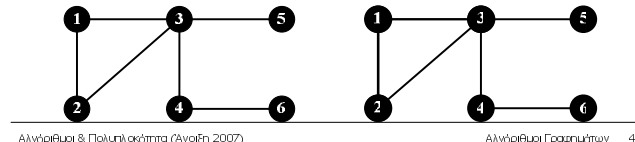


Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Ανοιξη 2007)

Αλγόριθμοι Γραφημάτων 3

Υπο-Γραφήματα

- Υπογράφημα $G'(V', E')$ του $G(V, E)$ όταν $V' \subseteq V$ και $E' \subseteq E$.
 - Επικαλύπτον (spanning) όταν $V' = V$, δηλ. έχει όλες τις κορυφές του αρχικού γραφήματος.
 - Επαγόμενο (induced) όταν $E' = \{(u, v) \in E : u, v \in V'\}$ δηλ. έχει όλες τις ακμές του αρχικού μεταξύ των επιλεγμένων κορυφών.



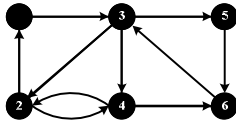
Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Ανοιξη 2007)

Αλγόριθμοι Γραφημάτων 4

Αναπαράσταση Γραφημάτων

□ ... με **πίνακα γειτνίασης**: $A[i, j] = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E \\ 0 & (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$

- Αν έχουμε βάρη, $A[i, j] = w(v_i, v_j)$
- Μη-κατευθυνόμενο: συμμετρικός πίνακας.
- Χώρος $\Theta(n^2)$.
- Άμεσος έλεγχος για ύπαρξη ακμής.



	1	2	3	4	5	6
1			1			
2	1					
3		1		1	1	
4						1
5						
6						

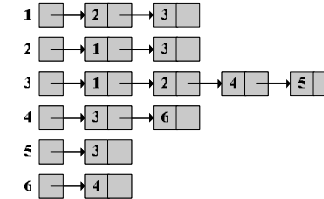
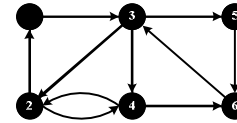
Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Άνοιξη 2007)

Αλγόριθμοι Γραφημάτων 5

Αναπαράσταση Γραφημάτων

□ ... με **λίστα γειτνίασης**: γειτονικές κορυφές σε λίστα.

- Αν έχουμε βάρη, τα αποθηκεύουμε στους κόμβους.
- Χώρος $\Theta(m)$.
- Έλεγχος για ύπαρξη ακμής σε χρόνο $O(\deg(u))$.



Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Άνοιξη 2007)

Αλγόριθμοι Γραφημάτων 6

Ασκήσεις

- Μετατροπή από μία αναπαράσταση σε άλλη;
- Τετράγωνο $G^2(V, E^2)$ γραφήματος $G(V, E)$ έχει ακμές μεταξύ κορυφών σε απόσταση ≤ 2 στο G .
 - Δίνεται λίστα (πίνακας) γειτνίασης του αρχικού γραφήματος.
 - Να υπολογισθεί λίστα (πίνακας) γειτνίασης τετραγώνου.
 - Ποιοι είναι οι αντίστοιχοι χρόνοι εκτέλεσης;
- Ανάστροφο (κατευθυνόμενο) γράφημα $G^T(V, E^T)$ προκύπτει από αρχικό γράφημα $G(V, E)$ με αντιστροφή φοράς ακμών.
 - Δίνεται λίστα (πίνακας) γειτνίασης του αρχικού γραφήματος.
 - Να υπολογισθεί λίστα (πίνακας) γειτνίασης ανάστροφου.
 - Ποιοι είναι οι αντίστοιχοι χρόνοι εκτέλεσης;

Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Άνοιξη 2007)

Αλγόριθμοι Γραφημάτων 7