

Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος

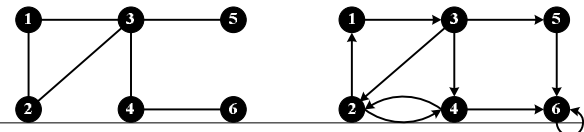
Δημήτρης Φωτάκης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικών και Επικοινωνιακών Συστημάτων

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Εξερεύνηση Γραφημάτων

- Συστηματική «επίσκεψη» όλων των κορυφών και ακμών και εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με βασικές ιδιότητες:
 - (Ισχυρά) συνεκτικές συνιστώσες,
 - Διμερές γράφημα.
 - Σημεία κοπής,
 - Τοπολογική διάταξη για ΚΑΓ.
 - ...



Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Άνοιξη 2007)

Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος 2

Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος (ΑΠΠ)

- Εκκίνηση από αρχική κορυφή s και εξέλιξη σε φάσεις,
 - 1^η φάση: εξερεύνηση γειτόνων s (σε απόσταση 1 από s).
 - 2^η φάση: εξερεύνηση γειτόνων κορυφών 1^{ης} φάσης που δεν έχουν εξερευνηθεί ακόμη (σε απόσταση 2 από s).
 - 3^η φάση: εξερεύνηση γειτόνων κορυφών 2^{ης} φάσης που δεν έχουν εξερευνηθεί ακόμη (σε απόσταση 3 από s).
 - ...
 - φάση k : εξερεύνηση γειτόνων κορυφών φάσης $k - 1$ που δεν έχουν εξερευνηθεί ακόμη (σε απόσταση k από s).
- «Πρώτα σε Πλάτος»: ολοκληρώνει εξερεύνηση κορυφών σε απόσταση k από s πριν επεκταθεί σε κορυφές σε απόσταση $k+1$.
- Εξέλιξη αναζήτησης: **δάσος της ΑΠΠ**.

Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Άνοιξη 2007)

Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος 3

Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος (ΑΠΠ)

- Κάθε χρονική στιγμή, **3 είδη** κορυφών:
 - Ανεξερεύνητη: όχι επίσκεψη ακόμη.
 - Υπο-εξέταση: επίσκεψη αλλά όχι εξερεύνηση γειτόνων.
 - Εξερευνημένη: επίσκεψη και εξερεύνηση γειτόνων.
- Κορυφές περνούν από παραπάνω στάδια με αυτή τη σειρά,
 - Αρχικά όλες οι κορυφές ανεξερεύνητες.
 - Πρώτη επίσκεψη ανεξερεύνητης κορ. → υπο-εξέταση.
 - Επίσκεψη των γειτόνων υπο-εξέταση κορ. → εξερευνημένη.
- «Πρώτα σε Πλάτος»: σειρά που γίνονται υπο-εξέταση ίδια με σειρά που γίνονται εξερευνημένες.
 - FIFO ουρά (queue): εισαγωγή όταν γίνονται υπο-εξέταση και εξαγωγή για εξερεύνηση γειτόνων.

Αλγόριθμοι & Πολυπλοκότητα (Άνοιξη 2007)

Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος 4

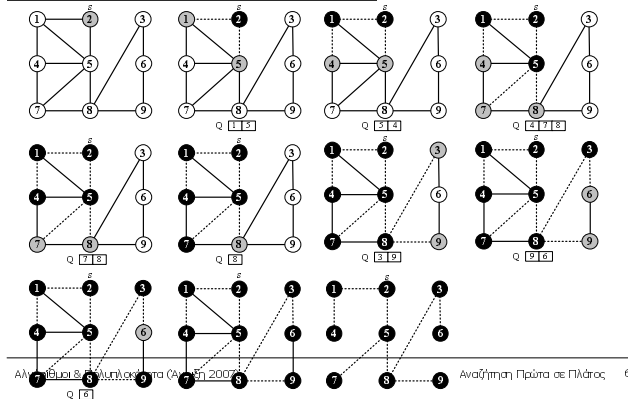
Υλοποίηση

- Πίνακας κατάστασης: $m[v] = \{ A, Y, E \}$.
- Πίνακας προγόνων: $p[v] =$ πατέρας v στο δάσος ΑΠΠ.
- Χρόνος εκτέλεσης $\Theta(n + m)$.

```

BFS( $G(V, E), s$ )
  addToQueue( $s$ );  $m[s] \leftarrow Y$ ;  $p[s] \leftarrow \text{NULL}$ ;
  for all  $v \in V \setminus \{s\}$  do
     $m[v] \leftarrow A$ ;  $p[v] \leftarrow \text{NULL}$ ;
  while not emptyQueue() do
     $u \leftarrow \text{extractFromQueue}()$ ;  $m[u] \leftarrow E$ ;
    for all  $v \in L[u]$  do
      if  $m[v] = A$  then
        addToQueue( $v$ );  $m[v] \leftarrow Y$ ;  $p[v] \leftarrow u$ ;
    
```

Παράδειγμα



Παραδείγματα – Ιδιότητες

- ΑΠΠ σε (α) πλήρες γράφημα, (β) δέντρο, (γ) κύκλο, και (δ) αστέρα.
- Ψευδοκώδικας ολοκληρώνεται με κορυφές εξερευνημένες ή ανεξερευνητες.
 - Αν γράφημα συνεκτικό, όλες εξερευνημένες.
 - Αν όχι, εξερευνημένες σε ίδια συνεκτική συνιστώσα με s . Υπόλοιπες ανεξερευνητες
 - Τροποποίηση για ολοκλήρωση με όλες εξερευνημένες;

Ιδιότητες

- Δάσος ΑΠΠ: υπογράφημα $G_p(V_p, E_p)$ εξερευνημένων κορυφών και ακμών από όπου έγινε πρώτη επίσκεψη.
 $V_p = \{v \in V : m[v] = E\}$ και $E_p = \{(p[v], v) \in E : v \in V_p \setminus \{s\}\}$
 - Νδο ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα συνεκτικό ανν ΑΠΠ παράγει επικαλύπτον δέντρο.
 - Τροποποίηση για συνεκτικές συνιστώσες;
 - Συνεκτικό γράφημα: δέντρο ΑΠΠ είναι δέντρο συντομότερων μονοπατιών από s (ακμές θεωρούνται μοναδιαίου μήκους).
 - Πώς υπολογίζουμε αποστάσεις;
- Γραμμικός αλγόριθμος για αναγνώριση **διμερών γραφημάτων**;

